

最上級修飾子についての特定化の視点
An identification perspective on superlative modifiers

徐 子程 (Zicheng XU)*
神戸大学人文学研究科

1 要旨

- 本研究は区分の特定化 (Cell identification) の理論 (Bar-Lev & Fox 2020) を発展させることで、最上級修飾子 (superlative modifiers) の意味に関する以下の通りの事実 に 統一的な分析を提示する。
 - i. 最上級修飾子は強い不知推論 (ignorance inferences) を引き起こす。
 - ii. この不知推論は尺度の多様性 (scalar diversity) の対象である。
 - iii. 最上級修飾子の尺度推意 (scalar implicatures) は不可能ではない。ただ、尺度の粒度 (granularity) のレベルに依存する。
- 提案は、最上級修飾子 “at least” のタイプフリーの意味論、
不知推論の分析のための区分の特定化の理論の拡張、という二部に分かれる。
- 結論
 - i. 最上級修飾子のタイプフリーの意味論と、候補 (alternatives) に真理値を割り当てるという領域一般 (domain-general) の操作を組み合わせることで、文の正しい真理条件、及び最上級修飾子から生じる推論を過不足なく導出できる。
 - ii. 特に、最上級修飾子を含む文の真理条件やその推論は、修飾対象の尺度構造の種類 (含意尺度か非含意尺度か) と無関係である点を正しく分析できる。
 - iii. したがって、少なくとも不知推論は、最上級修飾子の特殊なレキシコンを仮定する動機づけにはならない。

2 意味現象と先行研究

- 意味現象
 - 最上級修飾子が不知推論を引き起こすことは、夥しい数の理論研究 (e.g., Aloni & van Ormondt 2021; Biezma 2013; Buccola & Haida 2020; Büring 2008; Cohen & Krifka 2014; Coppock & Brochhagen 2013; Kennedy 2015; Mendia 2022; Schwarz 2016), 実験研究 (e.g., Alexandropoulou 2021; Alexandropoulou et al. 2016; Cremers et al. 2022; Cummins & Katsos 2010; Westera & Brasoveanu 2014) で報告・議論されている。
- (1) Question under discussion: How many cats does Mary have?
 - a. Mary has at least 3 cats.
 - b. The speaker is ignorant about exactly how many cats does Mary have.

*xu.zc.linguistics@gmail.com

- 不知 (ignorance) の構造
(2)の示すように, ある主体が任意の命題 φ に対して不知であるというのは, その主体は, φ が真であることを信じていない, 且つ, φ が偽であることも信じていない, ということである (Buccola & Haida 2019; Fox 2007; Meyer 2013; Sauerland 2004, see also Aloni 2022; Mendia 2022; Nygren 2023)。
※連言のどちらか一方だけを導き出すのは, 不知についての完全な分析ではない。

(2) $\text{Ignorance}(\varphi) \Leftrightarrow \neg\text{Believe}(\varphi) \wedge \neg\text{Believe}(\neg\varphi)$

- 先行研究

- 選言説

Büring 2008 以降, 最上級修飾子と選言の類似性が広く認められている。
最上級修飾子のレキシコンに, 明示的な選言の表示・構造を仮定する理論 (Aloni & van Ormondt 2021; Biezma 2013; Büring 2008, a.o.) を構造的選言説 (structural disjunctive theory) とする。その概要を(3)に示す。

(3) $\llbracket \text{at least } p \rrbracket^w = \llbracket p \rrbracket^w = 1 \wedge \forall q[(q \succ_{\text{scale}} p) \Rightarrow \llbracket q \rrbracket^w = 0] \vee [\exists q[(q \succ_{\text{scale}} p) \wedge \llbracket q \rrbracket^w = 1]]$

この分析の利点は二つある。

- 最上級修飾子の一般量子理論 (Barwise & Cooper 1981; Keenan & Stavi 1986) を保つ (cf. Krifka 1999)。数量修飾の場合, (4)の示す一般化が成り立つ。

(4) a. $\llbracket \text{at least } n \rrbracket = \lambda P \lambda Q. |P \cap Q| \geq n$
 \Leftrightarrow b. $\llbracket \text{at least } n \rrbracket = \lambda P \lambda Q. |P \cap Q| = n \vee \lambda P \lambda Q. |P \cap Q| > n$
 \Leftrightarrow c. $\llbracket \text{at least } n \rrbracket = \llbracket \text{exactly } n \rrbracket \vee \llbracket \text{more than } n \rrbracket$

- 最上級修飾子 “at least” は “exactly” と “more than” の選言と論理的に同値のため, その不知推論も選言の不知推論に還元できる。

- 選言説の弱いバージョン

選言との類似性を認めるものの, 明示的な選言の構造は仮定しない (e.g., Buccola & Haida 2020; Coppock & Brochhagen 2013; Kennedy 2015; Mendia 2022; Schwarz 2016)。
代わりに, “exactly/only” と比較級修飾子 “more than” を最上級修飾子 “at least” の候補 (alternatives) だと仮定する。

- 特殊なレキシコンを仮定するアプローチ

様相理論 (Geurts & Nouwen 2007; Nouwen 2010; Spychalska 2018)

※ただ, 選言を様相として扱う試みは既に存在したことに注意されたい (Geurts 2005; Zimmermann 2000, a.o.)。

メタ的言語行為 (Cohen & Krifka 2014)

- いくつかの新しい報告

- 最上級修飾子の修飾対象の多様性 (cf. 比較級修飾子) は、既に数多くの先行研究で指摘されている (e.g., Cohen & Krifka 2014; Coppock & Brochhagen 2013; Geurts & Nouwen 2007)。

しかし、Mendia 2022 の指摘するように、不知推論についての議論は数量修飾に集中する傾向が見られる。実際に、最上級修飾子から生じる不知推論も尺度の多様性の対象である (Alexandropoulou 2021, see also Mendia 2022)。

同じく wh-疑問文の QUD を仮定する。(5)と(6)もそれぞれ不知推論を引き起こす。

(5) Mary is at least an associate professor.

(6) At least Mary came.

- 尺度の多様性 (scalar diversity) (Doran et al. 2009; Gotzner & Romoli 2022; Gotzner et al. 2018; van Tiel 2016, a.o.) は二つの重要な側面を持つ。

- i. 推論を引き起こすトリガーの多様性
- ii. 推論における処理のバリエーション

本研究は前者に焦点を当てる。後者については、理論研究から言えることは少ない。そして、計算に必要な候補の顕在化がバリエーションの要因の一つであることは、先行研究では概ね合意している。

選言説によれば、不知推論の導出は比較級の候補に依存する。

しかし、比較級修飾子と最上級修飾子の分布の不一致が観察されている (Coppock & Brochhagen 2013; Geurts & Nouwen 2007)。

したがって、不知推論が尺度の多様性の対象であるという事実は、最上級修飾子の選言説の潜在的な問題点になる。

- 最上級修飾子は尺度推意 (SIs) を引き起こさないように論じられている (Büring 2008; Krifka 1999)。例えば(7a)の文は(7b)の SIs を持たない ((7b)は“Exactly 10 people came”と論理的に同値である。この読みは過剰生成である)。

しかし、(8)の示すように、適切な粒度のレベル ({10, 20, ...}) に基づく SIs は可能であることが報告されている (Cummins et al. 2012, see also Buccola & Haida 2020)。そのため、最上級修飾子の不知推論と SIs における分析の整合性を示す必要がある。

(7) a. At least 10 people came.

↔ b. At least 10 people came \wedge \neg [At least 11 people came].

(8) a. At least 10 people came.

↔ b. At least 10 people came \wedge \neg [At least 20 people came].

- 本研究は伝統的な不知推論に加えて、以上の二つの現象も一貫して扱う分析を提案する。この提案は、選言の構造、比較級の候補、特殊なレキシコンを仮定しない。

3 最上級修飾子の意味論

- 本研究は最上級修飾子のタイプフリーの意味論を(9)のように仮定する。
(10)の示すように、最大性演算子 max は任意の表現 α の最も強い読みを出力する。
含意尺度の場合、 α の“only”付きの読みが出力される（数量の場合は“exactly”の読みに対応する）。非含意尺度の場合、 max 演算子は空虚（vacuous）である。

$$(9) \quad \llbracket \text{at least } \alpha \rrbracket = \lambda\alpha_{\langle\sigma\rangle} \lambda P_{\langle\sigma,t\rangle}. \max\{\beta | P(\beta)\} \geq_{\text{scale}} \alpha$$

$$(10) \quad \max\{\alpha | P(\alpha)\} = \forall\alpha' [P(\alpha') = 1 \Rightarrow \alpha \geq_{\text{scale}} \alpha'] \\ \Leftrightarrow \neg\exists\alpha' [P(\alpha') = 1 \wedge \alpha' >_{\text{scale}} \alpha]$$

- 最大性演算子 max の例

Mary が実際に 4 匹のネコを飼っている場合，“Mary has 3 cats”の発話は真である（ただ、情報量は足りない）。最大性演算子 max の適用により，“Mary has 3 cats”は、真である発話のうちの最も尺度の強いものでなければならない。しかし，“Mary has 4 cats”の発話は同じく真であり、且つ尺度的により強い。そのため，“ $max(\text{Mary has 3 cats})$ ”は 4 匹飼いという真理条件を満たさず、偽になる。

最大性演算子 max は、裸の数量の“one-sided/at least”の読みを“two-sided/exactly”の読みに切り替える機能を果たす。ただ、(10)の意味論は数量に限定されず、含意尺度全般に適用できる。

※ max 演算子の項が選言の場合、(10)の定義は矛盾をもたらすが、最上級修飾子の分析に影響しない（詳細は Appendix A を参照）。

- 以上の意味論を用いて、分析の例を三つ示す。

- 数量修飾（含意尺度・全順序）

本研究は裸の数量をタイプ $\langle d \rangle$ として扱う。そして、計数量化子（counting quantifier） $many$ を介して一般量化子を出力する（Nouwen 2010, cf. Kennedy 2015 は数量を述語の二階の性質として扱う）。また、 max 演算子の導入により、異なるバージョンの計数量化子の出力は同値であるため、便宜上、その定義を(11)に示す。

$$(11) \quad \llbracket \text{many} \rrbracket = \lambda n \lambda P \lambda Q. \exists x [\#(x) = n \wedge P(x) \wedge Q(x)]$$

$$(12) \quad \text{a. Mary has at least 3 cats.}$$

$$\text{b. } \{ \dots 2 <_{\text{scale}} 3 <_{\text{scale}} 4 <_{\text{scale}} 5 \dots \}$$

$$\text{c. } \left[\text{at least}_{\langle d, \langle dt, t \rangle \rangle} 3_{\langle d \rangle} \left[\lambda n. \left[\text{Mary}_{\langle e \rangle} \text{ has}_{\langle e, et \rangle} \left[t_n \text{ many}_{\langle d, \langle et, \langle et, t \rangle \rangle} \right] \text{ cats}_{\langle e, t \rangle} \right] \right] \right]$$

$$\text{d. } \max_m \left[\exists x [\#(x) = m \wedge \text{cat}(x) \wedge \text{have}(\text{Mary}, x)] \right] \geq_{\text{scale}} 3$$

- (12d)の真理条件によれば、Mary がちょうど $\{3/4/5/\dots\}$ 匹のネコを飼っている場合、(12a)は真である（(12c)の論理形式は $[t_n \text{ many cats}]_{\langle et, t \rangle}$ の上昇を省略する）。

- 述語修飾（非含意尺度・全順序）

- (13) a. Mary is at least an associate professor.
 b. {an assistant professor $<_{\text{scale}}$ an associate professor $<_{\text{scale}}$ a full professor}
 c. $\left[\text{at least}_{\langle \text{et}, \text{et} \rangle} [\text{an associate professor}]_{\langle \text{e}, \text{t} \rangle} \left[\lambda \alpha. [\text{Mary}_{\langle \text{e} \rangle} \text{ is } \text{t}_{\alpha}] \right] \right]$
 d. $\text{max}_{\beta} [\text{Mary is } \beta] \geq_{\text{scale}} [\text{an associate professor}]$

- (13)の例は非含意尺度のため、*max*演算子は意味論的に空虚である。
 (13d)の真理条件によれば、“Mary is an associate professor”，または“Mary is a full professor”が真である場合、(13a)は真である。

- 命題修飾（含意尺度・半順序）

- (14) a. At least Mary came.
 b. $\{ [\text{Mary}] \text{ came } <_{\text{scale}} \begin{matrix} [\text{Mary} \sqcap \text{John}] \text{ came} \\ [\text{Mary} \sqcap \text{Al}] \text{ came} \end{matrix} <_{\text{scale}} [\text{Mary} \sqcap \text{John} \sqcap \text{Al}] \text{ came} \}$
 c. $\left[\text{at least}_{\langle \text{t}, \text{t} \rangle} [\text{Mary came}]_{\langle \text{t} \rangle} [\lambda \alpha. \text{t}_{\alpha}] \right]$
 d. $\text{max}_{\beta} [\beta \text{ is true}] \geq_{\text{scale}} [\text{Mary came}]$
 e. $[\text{Only } [[\text{Mary}] \text{ came}]] \vee [\text{Only } [[\text{Mary} \sqcap \text{John}] \text{ came}]] \vee [\text{Only } [[\text{Mary} \sqcap \text{Al}] \text{ came}]]$
 $\vee [\text{Only } [[\text{Mary} \sqcap \text{John} \sqcap \text{Al}] \text{ came}]]$

- (14)の例は含意尺度のため、*max*演算子は機能する。
 (14b)の尺度構造は半順序（partial order）であり、全順序（total order）ではない。
 (14d)の真理条件は(14e)のように書き換えられる（選言肢の間の含意関係がなくなる点に注意されたい）。また、構成性の理由により、(14)のP(β)を空虚な真理述語P(β) = λβ. [β is true]とする。

- 以上の分析は最上級修飾子を含む文の真理条件を正しく導き出している。特に，prejacentとの含意関係に関する直観を正しく予測する。(13)の例文は prejacent が真であることを含意しないというのは、(13d)の真理条件（“Mary is an associate professor \vee Mary is a full professor”）が“Mary is an associate professor”を含意しないという事実に還元できる。そして、(14)の例文は prejacent が真であることを含意するというのも、(14e)が“Mary came”を含意するという事実に還元できる。同様に、数量修飾の(12)の例も、Mary がちょうど {3/4/5/...}匹のネコを飼っている場合、Mary が（少なくとも）3匹のネコを飼っていることは含意される（cf. ちょうど3匹を含意しない）。
 本研究は、Biezma 2013 と同じく、最上級修飾子“at least”は一つのレキシコンしか持たないことを仮定する。※評価（evaluative）・譲歩的（concessive）読み（Kay 1992; Nakanishi & Rullmann 2009, see also Biezma 2013; Cohen & Krifka 2014）については Appendix B を参照されたい。

- 以上の最上級修飾子の意味論を特定化の処理のインプットとする。

4 区分の特定化

4.1 候補の真理値の割り当て

- 本研究は、不知推論を最上級修飾子の意味論に組み込まない。代わりに、区分の特定化 (Cell identification) という操作を介して、不知推論を会話レベルで導き出す。
- 区分の特定化というのは、ある命題 φ の候補の真理値を可能な限り確定し、そして、その結果を φ の補強した意味とする、ということである (Bar-Lev & Fox 2020)。ただ、Bar-Lev & Fox 2020 の提案した二値のバージョン特定化は、不知推論を導出できない。そのため、本研究は特定化の理論を三値に調整する。

(15) 調整した区分の特定化の概念：

命題 φ がコンテキスト c においての全ての可能な候補 ψ に $\{1,0,\#\}$ の何れかの真理値を割り当てる。

- 区分の特定化を実現するため、三値に調整された Exh 演算子を用いる。偽を割り当てる候補の集合を Innocent Exclusion (IE) とする (Fox 2007)。真を割り当てる候補の集合を Innocent Inclusion (II) とする (Bar-Lev & Fox 2020)。第三の真理値を割り当てる候補の集合を Ignorance (IG) とする。IE+II+IG の三つの集合を用いる Exh 演算子を Cell と表記する。Cell バージョンの Exh 演算子の定義は(16)の示す通りである。

$$(16) \quad a. \quad \llbracket Exh_{C=Alt(\varphi)}^{Cell} \rrbracket(C)(\varphi)(w) = \begin{cases} \psi(w) = 0 & \text{if } \psi \in IE(\varphi, C) \\ \chi(w) = 1 & \text{if } \chi \in II(\varphi, C) \\ \xi(w) = \# & \text{if } \xi \in IG(\varphi, C) \end{cases}$$

$$b. \quad IE(\varphi, C) = \bigcap \left\{ C' \mid \begin{array}{l} C' \subseteq C \text{ and } C' \text{ is a maximal subset of } C, \\ \text{s.t. } \{\neg\psi: \psi \in C'\} \cup \{\varphi\} \text{ is consistent.} \end{array} \right\}$$

$$c. \quad II(\varphi, C) = \bigcap \left\{ C'' \mid \begin{array}{l} C'' \subseteq C \text{ and } C'' \text{ is a maximal subset of } C, \\ \text{s.t. } \{\chi: \chi \in C''\} \cup \{\varphi\} \cup \{\neg\psi: \psi \in IE(\varphi, C)\} \text{ is consistent.} \end{array} \right\}$$

$$d. \quad IG(\varphi, C) = C \setminus (IE(\varphi, C) \cup II(\varphi, C))$$

- 特定化の適用対象が発話単位の命題であり、且つ、その発話のコンテキストに質の格率 (Maxim of quality) (Grice 1975) が機能する場合、(17)の関係が成り立つ。

$$(17) \quad \begin{array}{ll} a. \quad Believe(\psi) = 1 & \text{if } \psi \in II(\varphi, C) \\ b. \quad Believe(\neg\psi) = 1 & \text{if } \psi \in IE(\varphi, C) \\ c. \quad \neg Believe(\psi) \wedge \neg Believe(\neg\psi) = 1 & \text{if } \psi \notin II(\varphi, C) \wedge \psi \notin IE(\varphi, C) \\ d. \quad \neg Believe(\psi) \wedge \neg Believe(\neg\psi) \Leftrightarrow Ig(\psi) & \text{不知推論の定義} \\ e. \quad Ig(\psi) = 1 & \text{if } \psi \in IG(\varphi, C) \end{array}$$

- その場合、区分の特定化の処理結果は(18)の示す通りである。

$$(18) \quad Cell(\varphi) \Leftrightarrow Exh_{C=Alt(\varphi)}^{Cell}(\varphi) \xrightarrow{\text{Quality}} \bigwedge \{Believe(\neg\psi): \psi \in IE(\varphi, C)\} \wedge \bigwedge \{Believe(\chi): \chi \in II(\varphi, C)\} \wedge \bigwedge \{Ig(\xi): \xi \in IG(\varphi, C)\}$$

4.2 不知推論

- 最上級修飾子から生じる不知推論の分析を示す。
- 最上級修飾子の意味論を(19)に再掲する。

$$(19) \quad \llbracket \text{at least } \alpha \rrbracket = \lambda \alpha_{\langle \sigma \rangle} \lambda P_{\langle \sigma, t \rangle} . \max \{ \beta | P(\beta) \} \geq_{\text{scale}} \alpha$$

- タイプフリーの最上級修飾子 “at least” における候補 (alternatives) の一般化を(20)に示す。※(20)の “ $\alpha + 1, \alpha + 2, \dots, \alpha + n$ ” は尺度構造における推移的關係を表す。

$$(20) \quad \text{Alt}(\text{at least } \alpha) = \text{Alt}(\lambda \alpha_{\langle \sigma \rangle} \lambda P_{\langle \sigma, t \rangle} . \max \{ \beta | P(\beta) \} \geq_{\text{scale}} \alpha)$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \lambda \alpha_{\langle \sigma \rangle} \lambda P_{\langle \sigma, t \rangle} . \max \{ \beta | P(\beta) \} \geq_{\text{scale}} \alpha \\ \lambda \alpha_{\langle \sigma \rangle} \lambda P_{\langle \sigma, t \rangle} . \max \{ \beta | P(\beta) \} =_{\text{scale}} \alpha \\ \lambda \alpha_{\langle \sigma \rangle} \lambda P_{\langle \sigma, t \rangle} . \max \{ \beta | P(\beta) \} =_{\text{scale}} \alpha + 1 \\ \lambda \alpha_{\langle \sigma \rangle} \lambda P_{\langle \sigma, t \rangle} . \max \{ \beta | P(\beta) \} =_{\text{scale}} \alpha + 2 \\ \vdots \\ \lambda \alpha_{\langle \sigma \rangle} \lambda P_{\langle \sigma, t \rangle} . \max \{ \beta | P(\beta) \} =_{\text{scale}} \alpha + n \end{array} \right\}$$

- 数量修飾 (含意尺度・全順序)

$$(21) \quad \begin{array}{l} \text{a. Mary has at least 3 cats.} \\ \text{b. } \{ \dots 2 <_{\text{scale}} 3 <_{\text{scale}} 4 <_{\text{scale}} 5 \dots \} \\ \text{c. } \left[\text{at least}_{\langle d, \langle dt, t \rangle \rangle} 3_{\langle d \rangle} \left[\lambda n . \left[\text{Mary}_{\langle e \rangle} \text{ has}_{\langle e, et \rangle} \left[t_n \text{ many}_{\langle d, \langle et, \langle et, t \rangle \rangle} \right] \text{ cats}_{\langle e, t \rangle} \right] \right] \right] \\ \text{d. } \max_m \left[\exists x [\#(x) = m \wedge \text{cat}(x) \wedge \text{have}(\text{Mary}, x)] \right] \geq_{\text{scale}} 3 \end{array}$$

- (20)の一般化に従えば, (21)の例文における候補の集合は(22)の示す通りである。

$$(22) \quad \text{Alt}(21\text{a}) = \left\{ \begin{array}{l} \max_m \left[\exists x [\#(x) = m \wedge \text{cat}(x) \wedge \text{have}(\text{Mary}, x)] \right] \geq 3 \\ \max_m \left[\exists x [\#(x) = m \wedge \text{cat}(x) \wedge \text{have}(\text{Mary}, x)] \right] = 3 \\ \max_m \left[\exists x [\#(x) = m \wedge \text{cat}(x) \wedge \text{have}(\text{Mary}, x)] \right] = 4 \\ \max_m \left[\exists x [\#(x) = m \wedge \text{cat}(x) \wedge \text{have}(\text{Mary}, x)] \right] = 5 \\ \vdots \\ \max_m \left[\exists x [\#(x) = m \wedge \text{cat}(x) \wedge \text{have}(\text{Mary}, x)] \right] = 3 + n \end{array} \right\}$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{Mary has at least 3 cats.} \\ \text{Mary has exactly 3 cats.} \\ \text{Mary has exactly 4 cats.} \\ \text{Mary has exactly 5 cats.} \\ \vdots \\ \text{Mary has exactly } 3 + n \text{ cats.} \end{array} \right\}$$

- 便宜上, “Mary has at least n cats” を $[\geq n]$,
“Mary has exactly n cats” を $[= n]$, と略記する。
また, 議論の単純化のため, 自然数のドメインを $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ と仮定する。
この場合, 候補の集合は $\{[\geq 3], [= 3], [= 4], [= 5]\}$ である。

- (23a)の示すように、prejacent を除いた三つの候補を全て否定する場合、矛盾に帰結する。矛盾にならないため、(23b)のように、少なくとも一つの候補を否定しないようにする必要がある。

(23) a. $[\geq 3] \wedge \neg[= 3] \wedge \neg[= 4] \wedge \neg[= 5] \models \perp$

b.
$$\begin{cases} [\geq 3] \wedge \neg[= 3] \wedge \neg[= 4] & \not\models \perp \\ [\geq 3] \wedge \neg[= 3] & \wedge \neg[= 5] \not\models \perp \\ [\geq 3] & \wedge \neg[= 4] \wedge \neg[= 5] \not\models \perp \end{cases}$$

- この場合、prejacent を除いた(23b)の共通部分は \emptyset である。言い換えれば、IE 集合は \emptyset である（どの候補にも偽を割り当てることができない）。

※この議論を自然数全体に拡張しても結果は同じである。

同時に、prejacent を除いた任意の二つの候補に真を割り当てる場合も矛盾に帰結する（e.g., $[= 3]$ と $[= 4]$ が同時に真であることはあり得ない）。そのため、prejacent ($[\geq 3]$) だけ II 集合に属す。

本研究の提案した特定化により、prejacent ($[\geq 3]$) を除いた全ての候補は IG 集合に属す。もしコンテキストに質の格率が機能すれば、この結果は不知推論に帰結する。

- 以上の分析を(24)にまとめる。
(24g)の下線部は目標の不知推論（話者は正確な数を知らない）の読みである。

(24) a. Mary has at least 3 cats.

b. $Cell([\geq 3]) \Leftrightarrow Exh_{C=Alt([\geq 3])}^{Cell}([\geq 3])$

c. $C = Alt([\geq 3]) = \{[\geq 3], [= 3], [= 4], \dots, [= 3 + n]\}$

d. $IE = \emptyset$

e. $II = \{[\geq 3]\}$

f. $IG = \{[= 3], [= 4], \dots, [= 3 + n]\}$

g. $Cell([\geq 3]) \Leftrightarrow Exh_{C=Alt([\geq 3])}^{Cell}([\geq 3]) \xLeftrightarrow{Quality}$

$Believe([\geq 3]) \wedge \neg Ig([= 3]) \wedge \neg Ig([= 4]) \wedge \dots \wedge \neg Ig([= 3 + n])$

- 述語修飾（非含意尺度・全順序）

(25) a. Mary is at least an associate professor.

b. $\{\text{an assistant professor} <_{scale} \text{an associate professor} <_{scale} \text{a full professor}\}$

c. $\left[\text{at least}_{(et,et)} [\text{an associate professor}]_{(e,t)} \left[\lambda \alpha. [\text{Mary}_{(e)} \text{ is } t_{\alpha}] \right] \right]$

d. $max_{\beta} [\text{Mary is } \beta] \geq_{scale} [\text{an associate professor}]$

(26) $Alt(25a) = \begin{cases} max_{\beta} [\text{Mary is } \beta] \geq_{scale} [\text{an associate professor}] \\ max_{\beta} [\text{Mary is } \beta] =_{scale} [\text{an associate professor}] \\ max_{\beta} [\text{Mary is } \beta] =_{scale} [\text{a full professor}] \end{cases}$

- 分析の詳細は省略するが、(25)の例の不知推論も特定化の操作で導出できる。

- 命題修飾（含意尺度・半順序）

(27) a. At least Mary came.

b. $\{[Mary] \text{ came} <_{scale} [Mary \sqcap John] \text{ came} <_{scale} [Mary \sqcap John \sqcap AI] \text{ came}\}$

c. $[at\ least_{\langle t,t \rangle} [Mary \text{ came}]_{\langle t \rangle} [\lambda\alpha. t_\alpha]]$

d. $max_\beta [\beta \text{ is true}] \geq_{scale} [Mary \text{ came}]$

e. $[Only [[Mary] \text{ came}]] \vee [Only [[Mary \sqcap John] \text{ came}]] \vee [Only [[Mary \sqcap AI] \text{ came}]]$
 $\vee [Only [[Mary \sqcap John \sqcap AI] \text{ came}]]$

$$(28) \quad Alt(27a) = \left\{ \begin{array}{l} max_\beta [\beta \text{ is true}] \geq_{scale} [Mary \text{ came}] \\ max_\beta [\beta \text{ is true}] =_{scale} [Mary \text{ came}] \\ max_\beta [\beta \text{ is true}] =_{scale} [[Mary \sqcap John] \text{ came}] \\ max_\beta [\beta \text{ is true}] =_{scale} [[Mary \sqcap AI] \text{ came}] \\ max_\beta [\beta \text{ is true}] =_{scale} [[Mary \sqcap John \sqcap AI] \text{ came}] \end{array} \right\}$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} At\ least\ [[Mary] \text{ came}]. \\ Only\ [[Mary] \text{ came}]. \\ Only\ [[Mary \sqcap John] \text{ came}]. \\ Only\ [[Mary \sqcap AI] \text{ came}]. \\ Only\ [[Mary \sqcap John \sqcap AI] \text{ came}]. \end{array} \right\}$$

- (27)の例における不知推論の分析の詳細は(29)の示す通りである。

(29) a. At least Mary came.

b. $Cell([\geq [M]]) \Leftrightarrow Exh_{C=Alt([\geq [M]])}^{Cell}([\geq [M]])$

c. $C = Alt([\geq [M]]) = \{[\geq [M]], [= [M]], [= [M \sqcap J]], [= [M \sqcap AI]], [= [M \sqcap J \sqcap AI]]\}$

d. $IE = \emptyset$

e. $\Pi = \{[\geq [M]]\}$

f. $IG = \{[= [M]], [= [M \sqcap J]], [= [M \sqcap AI]], [= [M \sqcap J \sqcap AI]]\}$

g. $Cell([\geq [M]]) \Leftrightarrow Exh_{C=Alt([\geq [M]])}^{Cell}([\geq [M]]) \xLeftrightarrow{Quality}$

$Believe([\geq [M]])$

$\wedge \underline{Ig([= [M]]) \wedge Ig([= [M \sqcap J]]) \wedge Ig([= [M \sqcap AI]]) \wedge Ig([= [M \sqcap J \sqcap AI]])}$

- 以上の分析の示すように、最上級修飾子のタイプフリーの意味論と、三値に調整された区分の特定化の理論を組み合わせることで、最上級修飾子から生じる不知推論を問題なく導出できる。

また、最上級修飾子の不知推論は、修飾対象の尺度構造の種類（含意尺度か非含意尺度か、ないしは全順序か半順序か）と無関係である。重要なのは、最上級修飾子を含む文は、二つ以上の候補（prejacent 自身を除く）を持たなければならないという点である。

4.3 粒度と尺度推意

- 最上級修飾子の尺度推意 (scalar implicatures) は不可能ではない。ただ、粒度 (granularity) の適切なレベルに依存する、ということが報告されている (Cummins et al. 2012, see also Buccola & Haida 2020)。

- (30)の細かい粒度[±1]に基づく SIs が過剰生成であることに対して、(31)というより粗い粒度[±10]に基づく SIs は可能である。

※Cummins et al. 2012 の実験では、比較級修飾子 “more than” の SIs がより強く観察されているが、一般的な傾向としては両者は実質的に変わらないということが報告されている。

- (30) a. At least 10 people came.
 → b. At least 10 people came \wedge \neg [At least 11 people came].
- (31) a. At least 10 people came.
 → b. At least 10 people came \wedge \neg [At least 20 people came].

- 人間の尺度推意の計算にとって最も著しい粒度の解明は本研究の目的ではない。ここの議論において重要なのは、そのような候補が顕在化された場合、本研究の提案を用いることで、目標の尺度推意を導出できる、且つ、不知推論の分析と整合する、というのを示すことである。

- まず、(31)の分析を示す。(31a)における候補の集合を(32)に示す。(32)の “ $\alpha + 1, \alpha + 2, \dots, \alpha + n$ ” は尺度構造における推移的關係を表すため、粒度のレベルが[±10]の場合、尺度構造の “+1” は数量の “+10” に対応する。また、粗い粒度を用いる場合、精度の高い情報はコンテクスト的に関連性を持たない。そのため、[$= n$]でなく、[$\geq n$]の候補を仮定する。

$$(32) \quad Alt(31a) = \left. \begin{array}{l} \max_m [\exists x [\#(x) = m \wedge \text{people}(x) \wedge \text{came}(x)]] \geq [10 (= \alpha)] \\ \max_m [\exists x [\#(x) = m \wedge \text{people}(x) \wedge \text{came}(x)]] \geq [20 (= \alpha + 1)] \\ \max_m [\exists x [\#(x) = m \wedge \text{people}(x) \wedge \text{came}(x)]] \geq [30 (= \alpha + 2)] \\ \vdots \\ \max_m [\exists x [\#(x) = m \wedge \text{people}(x) \wedge \text{came}(x)]] \geq [(n + 1)0 (= \alpha + n)] \end{array} \right\}$$

- 人数の尺度は非密集 (non-dense) であることを仮定する (i.e., 1 人未満の可能性を問題にしない) (cf. Buccola & Haida 2020)。(33)の示すように、prejacent 自身を除いた全ての候補を否定しても矛盾にならない。そのため、[≥ 10]が II 集合に属し、他の全ての候補は IE 集合に属す。IG 集合は \emptyset である。

$$(33) \quad [\geq 10] \wedge \neg[\geq 20] \wedge \neg[\geq 30] \wedge \dots \wedge \neg[\geq (n + 1)0] \neq \perp$$

- $\neg[\geq 20]$ は他の IE 候補の否定を論理的に含意する。この結果は(31b)に対応する。

- 次に、最上級修飾子の尺度推意は、高い粒度のレベルを仮定する場合のみ生じることを示す。
- 議論の便宜上、(34)という例を用いる。細かい粒度[±1]を仮定する場合、その候補の集合は(35)の示す通りである（ドメインを[21]までとする）。ただ、[20]は細かい粒度[±1]と粗い粒度[±10]の両方に対応するため、“At least 20 people came”も候補の集合に入れる。

(34) At least 18 people came.

$$(35) \quad Alt(34) = \left\{ \begin{array}{l} \max_m [\exists x [\#(x) = m \wedge \text{people}(x) \wedge \text{came}(x)]] \geq 18 \\ \max_m [\exists x [\#(x) = m \wedge \text{people}(x) \wedge \text{came}(x)]] = 18 \\ \max_m [\exists x [\#(x) = m \wedge \text{people}(x) \wedge \text{came}(x)]] = 19 \\ \max_m [\exists x [\#(x) = m \wedge \text{people}(x) \wedge \text{came}(x)]] \geq 20 \\ \max_m [\exists x [\#(x) = m \wedge \text{people}(x) \wedge \text{came}(x)]] = 20 \\ \max_m [\exists x [\#(x) = m \wedge \text{people}(x) \wedge \text{came}(x)]] = 21 \end{array} \right.$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{At least 18 people came.} \\ \text{Exactly 18 people came.} \\ \text{Exactly 19 people came.} \\ \text{At least 20 people came.} \\ \text{Exactly 20 people came.} \\ \text{Exactly 21 people came.} \end{array} \right. = \left\{ \begin{array}{l} [\geq 18] \\ [= 18] \\ [= 19] \\ [\geq 20] \\ [= 20] \\ [= 21] \end{array} \right.$$

- 同じく人数の尺度は非密集（non-dense）であることを仮定する。
(36)の示すように、prejacentを除いた共通部分は \emptyset である。すなわち、IE集合は \emptyset である。[≥ 18]だけII集合に属す。それ以外の全ての候補はIG集合に属す。
質の格率の機能するコンテキストでは、この結果は不知推論に帰結する。
重要なのは、如何なる尺度推意も予測されない。
※ドメインを自然数全体に拡張しても計算の結果は変わらない。

$$(36) \quad \left\{ \begin{array}{l} [\geq 18] \wedge \neg [= 18] \wedge \neg [= 19] \quad \wedge \neg [= 20] \quad \quad \quad \# \perp \\ [\geq 18] \wedge \neg [= 18] \wedge \neg [= 19] \quad \quad \quad \wedge \neg [= 21] \# \perp \\ [\geq 18] \wedge \neg [= 18] \quad \quad \quad \wedge \neg [\geq 20] \wedge \neg [= 20] \wedge \neg [= 21] \# \perp \\ [\geq 18] \quad \quad \quad \wedge \neg [= 19] \wedge \neg [\geq 20] \wedge \neg [= 20] \wedge \neg [= 21] \# \perp \end{array} \right.$$

- 以上の分析は、細かい粒度の場合、(30b)という尺度推意がブロックされることの説明になる。※同様に、“At least 19 people came”を(35)の集合に入れても、 $\neg[\geq 19]$ の尺度推意が生じることはない。
- したがって、最上級修飾子の尺度推意が可能であるというのは、高い粒度のレベルを仮定する場合に限る。他方、精度の高い情報が文脈上の問題である場合、細かい粒度の候補を仮定しなければならない。この場合、最上級修飾子は不知推論だけを引き起こす。

5 結論と今後の課題

- 本研究は、区分の特定化 (Cell identification) の理論 (Bar-Lev & Fox 2020) を発展させることで、最上級修飾子に関する意味現象、特に不知推論の現象に統一的な分析を提示した。本研究の提案に従えば、最上級修飾子は複数の候補、及び不確定な情報状態 (see also Coppock & Brochhagen 2013) を導入する。このような性質を持つ表現は区分の特定化の対象である。そして、不知推論は特定化の処理と質の格率の帰結である。

● 結論

- 最上級修飾子のタイプフリーの意味論と、候補に真理値を割り当てるという領域一般 (domain-general) の操作を組み合わせることで、文の正しい真理条件、及び最上級修飾子から生じる推論を過不足なく導出できる。
- 特に、最上級修飾子を含む文の真理条件やその推論は、修飾対象の尺度構造の種類と無関係である点を正しく分析できる。
- したがって、少なくとも不知推論は、最上級修飾子の特殊なレキシコンを仮定する動機づけにはならない。

● 更なる議論

- 構造的選言説 (structural disjunctive theory) について

最上級修飾子は複数の候補、及び不確定な情報状態を導入する。この点は、選言と極めて類似する。実際に、本研究の提案したタイプフリーの意味論も、(37)の通りの選言の表示に書き換えられる (\sqcup の記号はタイプフリーの選言を表す)。

$$(37) \quad [\text{at least}_{\langle\sigma,\tau\rangle} \alpha_{\langle\sigma\rangle}] = [\max\{\beta_{\langle\sigma\rangle} | P_{\langle\sigma,t\rangle}(\beta)\} =_{\text{scale}} \alpha] \sqcup [\sqcup\{\max\{\gamma_{\langle\sigma\rangle} | P_{\langle\sigma,t\rangle}(\gamma)\} >_{\text{scale}} \alpha\}]$$

- しかし、これは、統語や意味表示のレベルにおいて、最上級修飾子が選言であることを意味しない。(38)の示すように、存在量化子も同じく選言の表示に書き換えられる。これも、概念的に存在量化子は選言であることを意味しない。

$$(38) \quad [\exists x A x]^{M,g} = 1 \text{ iff } [a_1]^{M,g} \in [A]^{M,g} \vee [a_2]^{M,g} \in [A]^{M,g} \vee \dots \vee [a_n]^{M,g} \in [A]^{M,g}$$

- 最上級修飾子の不知推論は尺度の多様性の対象であることを視野に入れば、比較級修飾子との分布の不一致という観察 (Coppock & Brochhagen 2013; Geurts & Nouwen 2007) は、選言説の潜在的な問題点になる。

- (37)という選言に書き換えられた表示は、本研究の提案した意味論と論理的に同値であるが、予測する不知推論は異なる。この点は本研究の提案と選言説 (弱いバージョンも含む) の最も重要な経験的な違いである。“Mary has at least 3 cats”の文に対して、二つの理論それぞれ予測する不知推論は以下の通りである。

※二つの式は論理的に同値でない点に注意されたい。

$$(39) \quad \text{Ig}([= 3]) \wedge \text{Ig}([> 3]) \quad \text{選言説}$$

$$(40) \quad \text{Ig}([= 3]) \wedge \text{Ig}([= 4]) \wedge \text{Ig}([= 5]) \wedge \dots \wedge \text{Ig}([= 3 + n]) \quad \text{本研究}$$

- Mendia 2022 の予測について

Mendia 2022 は同じく不知推論の生起は、最上級修飾子の修飾対象の尺度構造が含意尺度か非含意尺度かと関係しないことを主張している。しかし、全順序か半順序かは関係すると述べている。Mendia 2022 は、全順序の場合、“Only”付きの *prejacent* が不知推論の対象でなければならないことに対して、半順序はそうでないことを論じている。この議論をサポートするデータは(41)と(42)の対照である。

- ただ、(41c)という発話が不適切であるというのは、量の格率 (Maxim of quantity) (Grice 1975) へのあからさまな違反に起因する可能性は排除できない。もし話者が “exactly 3” でないことを信じていれば、話者は少なくとも “at least 4” を使うべきである。一方、(42c)の発話は量の格率の違反にならない。

(41) 全順序 (total order)

- {... 2 $<_{\text{scale}}$ 3 $<_{\text{scale}}$ 4 $<_{\text{scale}}$ 5 ...}
- How many people came?
- #At least 3 people came, but not only 3.

(42) 半順序 (partial order)

- {[Mary] came $<_{\text{scale}}$ [Mary \sqcap John] came
[Mary \sqcap Al] came }
- Who came?
- At least Mary came, but not only her.

- それに対して、本研究の分析に従えば、尺度構造が含意尺度か非含意尺度か、全順序か半順序か、どちらも不知推論の生起と無関係である。代わりに、最上級修飾子を含む文は、二つ以上の候補 (*prejacent* 自身を除く) を持たなければならない点が重要である。さもなければ、情報状態が不確定でなくなる。その場合、最上級修飾子は冗長になり、経済性に反する (see also Cremers et al. 2022)。

- 今後の課題

- 現象群、特に今後の実験結果・報告への検討を踏まえて、選言説を含めた競合理論との経験的な予測を比較し、理論の完成度をより高めることは今後の課題である。
- 様相演算子との相互作用も、最上級修飾子に関する理論の重要な課題の一つである。スペースの都合上、本研究はこの問題に触れなかった。全称様相との相互作用から生じる権威的 (authoritative) 読み (Alexandropoulou et al. 2015; Alexandropoulou et al. 2016; Aloni & van Ormondt 2021; Büring 2008), 及び存在様相との相互作用から生じる自由選択 (free choice) の読み (Aloni & van Ormondt 2021; Kennedy 2015) の詳細な検討は今後の課題の一つであることは言を俟たない (Appendix C を参照)。
- 特定化の理論における実装 (implementation) の問題は更なる検討に値する。本研究の提案は問題なく代替意味論 (Alternative semantics) (Alonso-Ovalle 2006; Rooth 2016) に実装できる。しかし、全域写像や第三の真理値の仮定のもたらす潜在的な問題点 (Sharvit 2017, a.o.) を考慮すれば、情報状態のチームを用いる意味論 (評価環境は可能世界の集合) (e.g., Aloni 2022; Ciardelli & Roelofsen 2017; Ciardelli et al. 2018) に実装することはより望ましい。この問題の解決は今後の最も重要な課題である。

Appendix

A) 最大性演算子 max と選言について

- (43)という定義の最大性演算子 max は、一種の網羅性 (exhaustivity) 演算子としての機能を果たす。

$$(43) \quad max\{\alpha | P(\alpha)\} = \forall \alpha' [P(\alpha') = 1 \Rightarrow \alpha \geq_{scale} \alpha'] \Leftrightarrow \neg \exists \alpha' [P(\alpha') = 1 \wedge \alpha' >_{scale} \alpha]$$

- もし max 演算子の項が選言であり、且つ(44)の通りの尺度構造を仮定すれば、(43)の定義は矛盾をもたらす。

$$(44) \quad \{[\varphi \vee \psi] <_{scale} \begin{array}{l} [\varphi] \\ [\psi] \end{array} <_{scale} [\varphi \wedge \psi]\}$$

説明の便宜上、選言を単に真理関数として扱う (φ と ψ は原子命題を表す)。 max 演算子の適用結果は(45)の示す通りである。この結果は矛盾である。

$$(45) \quad max[\varphi \vee \psi] = [\varphi \vee \psi] \wedge \neg[\varphi] \wedge \neg[\psi] \wedge \neg[\varphi \wedge \psi]$$

- 以上の問題を解決するために、Innocent Exclusion (IE) という概念を導入する必要がある (Fox 2007, see also Sauerland 2004; Schwarz 2016; Spector 2016)。

$$(46) \quad IE(\varphi, C) = \bigcap \left\{ C' \mid \begin{array}{l} C' \subseteq C \text{ and } C' \text{ is a maximal subset of } C, \\ \text{s.t. } \{\neg\psi : \psi \in C'\} \cup \{\varphi\} \text{ is consistent.} \end{array} \right\}$$

(47)の示すように、(46)の定義に従えば、連言の候補だけ IE 集合に属す。すなわち、この候補だけ否定できる。 $[\varphi \vee \psi] \wedge \neg[\varphi \wedge \psi]$ は矛盾ではない (cf. (45))。

$$(47) \quad \begin{cases} [\varphi \vee \psi] \wedge \neg[\varphi] & \wedge \neg[\varphi \wedge \psi] \neq \perp \\ [\varphi \vee \psi] & \wedge \neg[\psi] \wedge \neg[\varphi \wedge \psi] \neq \perp \end{cases}$$

- そのため、もし最上級修飾子の項が選言であれば、(43)の max 演算子は問題を引き起こすように思われる。しかし、最上級修飾子の含む文も(44)の尺度構造を用いる、という議論の前提が成り立つ場合に限って、この問題が生じる。

(48a)の文は、二つの不知推論を生じさせる (Mary か John についての不知、その他の誰かが来たかについての不知、二つの読みは最上級修飾子と選言のスコープ関係に対応する)。(48a)の尺度構造を単に(44)のように仮定すれば、後者の不知推論 (最上級修飾子が広いスコープを取る読み) は説明できない。尺度構造を(48c)に仮定する必要がある。

(48) a. At least Mary or John came.

b. At least [a or b] came.

$$c. \quad \{[a \sqcup b] \text{ came} <_{scale} \begin{array}{l} [[a \sqcup b] \sqcap c] \text{ came} \\ [[a \sqcup b] \sqcap d] \text{ came} \end{array} <_{scale} [[a \sqcup b] \sqcap c \sqcap d] \text{ came}\}$$

$$d. \quad max_{\beta} [\beta \text{ is true}] \geq_{scale} [[a \sqcup b] \text{ came}]$$

- (48c)の尺度構造を用いる場合、(43)の定義は何の問題ももたらさない。他方、選言が広いスコープを取る場合、(44)の尺度構造を使う必要はあるが、計算の結果が矛盾になることはない。したがって、(43)という max 演算子の定義は最上級修飾子の分析に影響しない。

B) 評価・譲歩的読みについて

- 不知 (ignorance)・認識論的 (epistemic) 読みの他, 最上級修飾子 “at least” の評価 (evaluative)・譲歩的 (concessive) 読みの存在も報告されている (Kay 1992; Nakanishi & Rullmann 2009, see also Biezma 2013; Cohen & Krifka 2014)。
 - 主なデータ (Nakanishi & Rullmann 2009, see also Biezma 2013)
- (49) a. {a bronze medal \lt_{scale} a silver medal \lt_{scale} a gold medal}
- b. #Mary did not win a gold medal but she won at least a silver medal. 不知・認識論
- c. Mary did not win a gold medal but at least she won a silver medal. 評価・譲歩
- (50) a. {an assistant professor \lt_{scale} an associate professor \lt_{scale} a full professor}
- b. Mary is at least an associate professor. 不知・認識論
≠ Mary is an associate professor.
- c. At least Mary is an associate professor. 評価・譲歩
≠ Mary is an associate professor.
- 本研究の説明
 - (49b)の文の不適切さは, (49b)が一つの候補しか持たないことで説明される。(49b)の前半により, “Mary won a gold medal” が否定され, “Mary won a silver medal” の候補だけ残される。この場合, 情報状態が不確定でないため, “at least” は冗長である (cf. “Mary did not win a gold medal but she won at least a bronze medal”)。
 - (50b)の文が “at least” の prejacent を含意しないことは, (50b)の真理条件 (“Mary is an associate professor \vee Mary is a full professor”) は “Mary is an associate professor” を含意しないという事実に還元できる。
 - 問題は評価・譲歩的読みである。(49c)と(50c)の両方の最上級修飾子の修飾対象が命題である点は注意に値する (cf. (49b)と(50b)は述語)。修飾対象の範囲が広ければ, 候補の可能性はより多い。“Mary has at least 3 cats” の文に対して, “at least” の修飾対象が[3]の場合, 候補は数量の置き換えに基づいて生成される。しかし, 修飾対象が[3 cats]の場合, 候補の生成は単なる数量の置き換えで説明できないケースがある (例えばチーター1匹はネコ3匹よりもペットとしての尺度が強い。文脈依存ではあるが, “Mary has a cheetah” も候補になり得る)。特に, “At least [Mary has 3 cats]” という命題修飾の場合, 候補は尺度項目の置き換えだけから生成されると仮定するのは合理的ではない (see also Biezma 2013)。最上級修飾子の使用により, prejacent より尺度的に強い候補が存在していなければならない (さもなければ, 経済性に反する)。その候補が何であれ, “[Mary has 3 cats] \wedge φ ” の論理構造を持ちさえすれば, “at least” の prejacent は論理的に含意される。この説明は, 対照的なコンテキストでの評価・譲歩的読みはより顕著であることを予測する (“At least Mary won a silver medal (and John won nothing)”)。そのため, (49)と(50)における対照は, 命題修飾の場合の候補の多様性・不確定性に起因する可能性がある。

- 興味深いことに、Nakanishi & Rullmann 2009 は、“at least” と尺度項目の統語位置が離れるほど評価・譲歩的読みにアクセスしやすい、という統語的分布の傾向を報告している（ただ、Nakanishi & Rullmann 2009 は“at least”を命題修飾子だと仮定している）。この観察は本研究の説明と整合する。
- ただ、Biezma 2013 と Kay 1992 の述べているように、“at least”の統語的分布は評価・譲歩的読みの決定的な要因ではない。Kay 1992 は、評価の対象の性質がポジティブか否かは影響要因の一つだと主張している（see also Cohen & Krifka 2014）。

- (51) a. At least this hotel is centrally located.
 b. #At least this hotel is noisy.

一方、Biezma 2013 は、話者は既に“at least”の prejacent が真であることを知っていることが評価・譲歩的読みにアクセスする要因の一つだと主張している。この観点も本研究の説明と合致する。

(52a)の φ を任意の命題とする。最上級修飾子“at least”は、尺度的により強い候補を導入する。その候補を $[= \varphi \wedge \psi]$ とする。質の格率の機能するコンテキストでは、区分の特定化の処理結果は(52c)の示す通りである。(52c)は(52d)と論理的に同値である。

- (52) a. At least $[\varphi]$.
 b. $Alt([\geq \varphi]) = \{[\geq \varphi], [= \varphi], [= \varphi \wedge \psi]\}$
 c. $Cell([\geq \varphi]) \overset{\text{Quality}}{\longleftrightarrow}$
 $\square[\geq \varphi] \wedge \neg\square[= \varphi] \wedge \neg\square\neg[= \varphi] \wedge \neg\square[= \varphi \wedge \psi] \wedge \neg\square\neg[= \varphi \wedge \psi]$
 \Leftrightarrow d. $\square[\geq \varphi] \wedge \diamond\neg[= \varphi] \wedge \diamond[= \varphi] \wedge \diamond\neg[= \varphi \wedge \psi] \wedge \diamond[= \varphi \wedge \psi]$

話者は既に“at least”の prejacent ($[= \varphi]$) が真であることを知っているにもかかわらず、より尺度的に強い候補が真である可能性に言及した ((52d)の $\diamond[= \varphi \wedge \psi]$)。この結果は、Kay 1992 と Nakanishi & Rullmann 2009 の報告した評価・譲歩的読みに関する直観に概ね対応する。

- Kay 1992 と Nakanishi & Rullmann 2009 は重要な観察を報告している。しかし、評価・譲歩的読みに関する言語事実は必ずしも明らかでないという点は要注意である。特にメタ言語のレベルにおいて、評価・譲歩的読みの還元すべき対象はクリアではない。その結果、どこまで分析すれば、評価・譲歩的読みを導出できたと言えるかは不明瞭である。この解釈の余地は研究方向論の問題をもたらす。
- いずれにせよ、本研究は、評価・譲歩的読みのためのレキシコンを仮定する必要はないという Biezma 2013 の観点到に賛成する。

C) 様相演算子との相互作用について

- 様相演算子との相互作用は、最上級修飾子の理論の重要な課題の一つである。最上級修飾子と存在・全称義務様相を組み合わせる場合、不知の読みの他、自由選択 (free choice) の読み (存在様相) (Aloni & van Ormondt 2021; Kennedy 2015), 及び権威的 (authoritative) 読み (全称様相) (Alexandropoulou et al. 2015; Alexandropoulou et al. 2016; Aloni & van Ormondt 2021; Büring 2008; Kennedy 2015, see also Nouwen 2010) を引き起こす。
- 説明の便宜上、存在義務様相演算子を◆, 全称義務様相演算子を■と表記する。単項様相演算子◆と■は命題を項として取る。本研究は先行研究 (Aloni & van Ormondt 2021; Büring 2008; Kennedy 2015, a.o.) と同じく、スコープ的曖昧性を仮定することで、二つの読みを導き出す。(53a)と(54a)の文はそれぞれ二つの命題タイプの節点を有するため、(b)と(c)の二つの論理形式が可能である (ただ、(53b)と(53c)が論理的に同値であることに対して、(54b)と(54c)は論理的に同値ではない)。

(53) 存在義務様相

a. Mary is allowed to have at least 3 cats.

b. [at least 3[λn. ◆[Mary has[t_n many] cats]] 不知の読み

c. ◆[at least 3[λn. [Mary has[t_n many] cats]] 自由選択の読み

(54) 全称義務様相

a. Mary is required to have at least 3 cats.

b. [at least 3[λn. ■[Mary has[t_n many] cats]] 不知の読み

c. ■[at least 3[λn. [Mary has[t_n many] cats]] 権威的読み

- 本研究の提案は、(53b)と(54b)の不知の読み、及び(53c)という自由選択の読みを問題なく導出できる。ただ、(54c)という権威的読みの分析は、Alexandropoulou et al. 2015の実験結果にサポートされない。したがって、この問題を解決するための補助仮説を導入する必要がある。また、以下の分析は、区分の特定化の操作を用いて目標の推論を導き出す。伝統的なグライスの推論 (e.g., Büring 2008; Kennedy 2015; Mendia 2022) は必ずしも同じ分析結果になるというわけではない点に注意されたい。
- 任意の“at least α”を含む命題φに対して、もしφの[=]としての候補{ψ₁, ψ₂, ..., ψ_n}の選言がφと論理的に同値 (φ ⇔ ψ₁ ∨ ψ₂ ∨ ... ∨ ψ_n) であれば、特定化における処理の一般化は表 1 の示す通りである。

最上級修飾子を含む命題φの出現環境	[=]の候補{ψ ₁ , ψ ₂ , ..., ψ _n }の真理値の割り当て		
プレーンの場合	候補に	第三の真理値	を割り当てる。
存在様相のスコープに現れる場合	候補に	真	を割り当てる。
全称様相のスコープに現れる場合	候補に	偽	を割り当てる。

表 1 : 区分の特定化における一般化

- 不知推論の読み
- 存在義務様相

- (55) a. Mary is allowed to have at least 3 cats.
 b. $[\text{at least } 3[\lambda n. \blacklozenge[\text{Mary has}[t_n \text{ many}] \text{ cats}]]]$
 c. $\max_m[\blacklozenge\exists x[\#(x) = m \wedge \text{cat}(x) \wedge \text{have}(\text{Mary}, x)]] \geq_{\text{scale } 3}$

- スコープ関係を示すため、(55b)を $[\blacklozenge[= 3] \vee \blacklozenge[= 4] \vee \dots \vee \blacklozenge[= n]]$ と表記する。候補の集合は $\{\blacklozenge[= 3], \blacklozenge[= 4], \dots, \blacklozenge[= n]\}$ のように略記する。また、“at least”が存在義務様相のスコープを取る場合、 $[\blacklozenge[= 3] \wedge \blacklozenge[= 4] \wedge \dots \wedge \blacklozenge[= n]]$ は矛盾ではないため、候補の集合に加える必要がある。特定化の処理は(56)の示す通りである。(56f)の下線部は目標の不知の読みである。

- (56) a. $\text{Cell}([\blacklozenge[= 3] \vee \blacklozenge[= 4] \vee \dots \vee \blacklozenge[= n]])$
 b. $\text{Alt}([\blacklozenge[= 3] \vee \blacklozenge[= 4] \vee \dots \vee \blacklozenge[= n]]) = \left\{ \begin{array}{l} [\blacklozenge[= 3] \vee \blacklozenge[= 4] \vee \dots \vee \blacklozenge[= n]], \\ \blacklozenge[= 3], \blacklozenge[= 4], \dots, \blacklozenge[= n], \\ [\blacklozenge[= 3] \wedge \blacklozenge[= 4] \wedge \dots \wedge \blacklozenge[= n]] \end{array} \right\}$
 c. $\text{IE} = \{[\blacklozenge[= 3] \wedge \blacklozenge[= 4] \wedge \dots \wedge \blacklozenge[= n]]\}$
 d. $\text{II} = \{[\blacklozenge[= 3] \vee \blacklozenge[= 4] \vee \dots \vee \blacklozenge[= n]]\}$
 e. $\text{IG} = \{\blacklozenge[= 3], \blacklozenge[= 4], \dots, \blacklozenge[= n]\}$
 f. $\text{Cell}([\blacklozenge[= 3] \vee \blacklozenge[= 4] \vee \dots \vee \blacklozenge[= n]]) \xLeftrightarrow{\text{Quality}}$
 $\text{Believe}([\blacklozenge[= 3] \vee \blacklozenge[= 4] \vee \dots \vee \blacklozenge[= n]])$
 $\wedge \text{Believe}\neg([\blacklozenge[= 3] \wedge \blacklozenge[= 4] \wedge \dots \wedge \blacklozenge[= n]])$
 $\wedge \underline{\text{Ig}(\blacklozenge[= 3]) \wedge \text{Ig}(\blacklozenge[= 4]) \wedge \dots \wedge \text{Ig}(\blacklozenge[= n])}$

- 全称義務様相における不知の読みの分析は存在様相の場合とほとんど同じである。唯一の違いは、 $[\blacksquare[= 3] \wedge \blacksquare[= 4] \wedge \dots \wedge \blacksquare[= n]]$ は矛盾であるため、候補になる可能性はないという点である。分析の結果は(58)の示す通りである。

- (57) a. Mary is required to have at least 3 cats.
 b. $[\text{at least } 3[\lambda n. \blacksquare[\text{Mary has}[t_n \text{ many}] \text{ cats}]]]$
 c. $\max_m[\blacksquare\exists x[\#(x) = m \wedge \text{cat}(x) \wedge \text{have}(\text{Mary}, x)]] \geq_{\text{scale } 3}$

- (58) $\text{Cell}([\blacksquare[= 3] \vee \blacksquare[= 4] \vee \dots \vee \blacksquare[= n]]) \xLeftrightarrow{\text{Quality}}$
 $\text{Believe}([\blacksquare[= 3] \vee \blacksquare[= 4] \vee \dots \vee \blacksquare[= n]])$
 $\wedge \underline{\text{Ig}(\blacksquare[= 3]) \wedge \text{Ig}(\blacksquare[= 4]) \wedge \dots \wedge \text{Ig}(\blacksquare[= n])}$

- 自由選択 (free choice) の読み

(59) a. Mary is allowed to have at least 3 cats.

b. \blacklozenge [at least 3[λn . [Mary has[t_n many] cats]]]

c. \blacklozenge [$max_m[\exists x[\#(x) = m \wedge cat(x) \wedge have(Mary, x)]] \geq_{scale} 3$]

- スコープ関係を示すため, (59b)を $\blacklozenge[\geq 3]$ と表記する。存在義務様相が“at least”のスコープを取る場合, $\blacklozenge[= 3] \wedge [= 4] \wedge \dots \wedge [= n]$ は矛盾である。特定化の処理は(60)の示す通りである。(60f)の下線部は目標の自由選択の読みである。この読みによれば, Maryは3匹のネコを飼って良い, 且つ, 4匹のネコを飼って良い, 且つ, n匹のネコを飼って良い (cf. 不知の読みは連言「且つ」でなく, 選言である)。

(60) a. $Cell(\blacklozenge[\geq 3])$

b. $Alt(\blacklozenge[\geq 3]) = \{\blacklozenge[\geq 3], \blacklozenge[= 3], \blacklozenge[= 4], \dots, \blacklozenge[= n]\}$

c. $IE = \emptyset$

d. $\Pi = \{\blacklozenge[\geq 3], \blacklozenge[= 3], \blacklozenge[= 4], \dots, \blacklozenge[= n]\}$

e. $IG = \emptyset$

f. $Cell(\blacklozenge[\geq 3]) \Leftrightarrow \blacklozenge[\geq 3] \wedge \blacklozenge[= 3] \wedge \blacklozenge[= 4] \wedge \dots \wedge \blacklozenge[= n]$

- 権威的 (authoritative) 読み

(61) a. Mary is required to have at least 3 cats.

b. \blacksquare [at least 3[λn . [Mary has[t_n many] cats]]]

c. \blacksquare [$max_m[\exists x[\#(x) = m \wedge cat(x) \wedge have(Mary, x)]] \geq_{scale} 3$]

- 同様に, (61b)を $\blacksquare[\geq 3]$ と表記する。特定化の処理結果は(62)の示す通りである。

(62) a. $Cell(\blacksquare[\geq 3])$

b. $Alt(\blacksquare[\geq 3]) = \{\blacksquare[\geq 3], \blacksquare[= 3], \blacksquare[= 4], \dots, \blacksquare[= n]\}$

c. $IE = \{\blacksquare[= 3], \blacksquare[= 4], \dots, \blacksquare[= n]\}$

d. $\Pi = \{\blacksquare[\geq 3]\}$

e. $IG = \emptyset$

f. $Cell(\blacksquare[\geq 3]) \Leftrightarrow \blacksquare[\geq 3] \wedge \neg \blacksquare[= 3] \wedge \neg \blacksquare[= 4] \wedge \dots \wedge \neg \blacksquare[= n]$

- (62f)という結果は権威的読み ($\blacksquare[\geq 3] \wedge \blacksquare[= 3] \wedge \blacksquare[= 4] \wedge \dots \wedge \blacksquare[= n]$) に必ずしもならないという点は要注意である。自然数のドメインを{0, 1, 2, 3, 4}と仮定する場合, $\blacksquare[\geq 3] \wedge \neg \blacksquare[= 3] \wedge \neg \blacksquare[= 4]$ の結果は論理的に $\blacklozenge[= 3] \wedge \blacklozenge[= 4]$ を含意する。しかし, ドメインを{0, 1, 2, 3, 4, 5}と仮定すれば, $\blacklozenge[= 3 \vee 4] \wedge \blacklozenge[= 4 \vee 5] \wedge \blacklozenge[= 3 \vee 5]$ が含意されることになり, $\blacklozenge[= 3] \wedge \blacklozenge[= 4] \wedge \blacklozenge[= 5]$ ではない。

- Alexandropoulou et al. 2015 の実験は、 $\blacksquare[\geq 3]$ に対して、 $\blacklozenge[= 3]$ への推論はより好まれることを報告している (Alexandropoulou et al. 2015 の実験は全称様相でなく、全称量化子をテストしている。ただ、二つの演算子の論理構造は同じである)。この実験結果は選言説をサポートする根拠になる (選言説は $\blacklozenge[= 3] \wedge \blacklozenge[> 3]$ の結果を予測する。これも Buring 2008 の報告した権威的読みである)。
- しかし、この傾向は同じく量の格率 (Maxim of quantity) の角度から説明できる。 $\blacksquare[\geq 3]$ に対して、もし $\blacklozenge[= 3]$ が成り立たなければ、話者は少なくとも $\blacksquare[\geq 4]$ を使うべきである。そして、存在様相の候補 $\{\blacklozenge[= 3], \blacklozenge[= 4], \dots, \blacklozenge[= n]\}$ を用いれば、特定化の処理は $\blacklozenge[= 3] \wedge \blacklozenge[= 4] \wedge \dots \wedge \blacklozenge[= n]$ を導き出す。この結果は権威的読みである。
- 不知推論の分析と同様に、本研究と選言説の予測する権威的読みは異なる、という点は注意に値する ($\blacklozenge[= 3] \wedge \blacklozenge[= 4] \wedge \dots \wedge \blacklozenge[= n]$ vs. $\blacklozenge[= 3] \wedge \blacklozenge[> 3]$)。ただ、この予測の違いは理論全般に関わるものである。詳細は表 2 を参照されたい。

		本研究	選言説	同値
at least 3	意味論	$[= 3] \vee [= 4] \vee \dots \vee [= n]$	$[= 3] \vee [> 3]$	○
	不知	$Ig[= 3] \wedge Ig[= 4] \wedge \dots \wedge Ig[= n]$	$Ig[= 3] \wedge Ig[> 3]$	×
at least $\blacklozenge 3$	意味論	$\blacklozenge[= 3] \vee \blacklozenge[= 4] \vee \dots \vee \blacklozenge[= n]$	$\blacklozenge[= 3] \vee \blacklozenge[> 3]$	○
	不知	$Ig\blacklozenge[= 3] \wedge Ig\blacklozenge[= 4] \wedge \dots \wedge Ig\blacklozenge[= n]$	$Ig\blacklozenge[= 3] \wedge Ig\blacklozenge[> 3]$	×
\blacklozenge at least 3	意味論	$\blacklozenge[=[3] \vee [= 4] \vee \dots \vee [= n]]$	$\blacklozenge[=[3] \vee [> 3]]$	○
	自由選択	$\blacklozenge[= 3] \wedge \blacklozenge[= 4] \wedge \dots \wedge \blacklozenge[= n]$	$\blacklozenge[= 3] \wedge \blacklozenge[> 3]$	×
at least $\blacksquare 3$	意味論	$\blacksquare[= 3] \vee \blacksquare[= 4] \vee \dots \vee \blacksquare[= n]$	$\blacksquare[= 3] \vee \blacksquare[> 3]$	×
	不知	$Ig\blacksquare[= 3] \wedge Ig\blacksquare[= 4] \wedge \dots \wedge Ig\blacksquare[= n]$	$Ig\blacksquare[= 3] \wedge Ig\blacksquare[> 3]$	×
\blacksquare at least 3	意味論	$\blacksquare[=[3] \vee [= 4] \vee \dots \vee [= n]]$	$\blacksquare[=[3] \vee [> 3]]$	○
	権威的	$\blacklozenge[= 3] \wedge \blacklozenge[= 4] \wedge \dots \wedge \blacklozenge[= n]$	$\blacklozenge[= 3] \wedge \blacklozenge[> 3]$	×

表 2 : 予測の違いにおける一覧表

- Aloni & van Ormondt 2021 の選言説における潜在的な過剰生成の問題を示す。(63a)という全称認識論様相の例文を用いる。最上級修飾子が広いスコープを取る論理形式は(63b)の示す通りである。義務様相と区別するため、全称認識論様相を \square と表記する。選言説によれば、(63b)は(63c)と同値である。Aloni & van Ormondt 2021 の理論では、(63c)は(63d)という矛盾の読みを持つことが予測される。明らかに、これは過剰生成である。

- (63) a. Mary must have at least 3 cats.
- b. $\left[\text{at least } 3 \left[\lambda n. \square \left[\text{Mary has} [t_n \text{ many}] \text{ cats} \right] \right] \right]$
- c. $[\text{Mary must have exactly 3 cats}] \vee [\text{Mary must have more than 3 cats}].$
- d. $[\text{Mary must have exactly 3 cats}] \wedge [\text{Mary must have more than 3 cats}].$

Acknowledgments

本研究は神戸大学に提出した学位論文（2023年1月）「自由選択選言と不知推論：非空性、或いは区分の特定化」（<https://drive.google.com/file/d/1oNxfDOBAujEGLwens5vLoJzkvmC1r4V>）の4.3節「最上級修飾子の不知推論」の議論を大幅に加筆修正したものです。本研究の初期段階の方向性及び内容について、厳しいご批判とコメントを下さった澤田治先生に感謝致します。本研究はJPMJFS2126の助成を受けたものです。

References

- Alexandropoulou, Stavroula. 2021. “Scalar diversity and ignorance inferences: An experimental study on ‘at least’ as a modifier of numerals vs. adjectives.” *Proceedings of SALT 31*, 506-529.
- Alexandropoulou, Stavroula, Jakub Dotlacil, Yaron McNabb and Rick Nouwen. 2015. “Pragmatic inferences with numeral modifiers: Novel experimental data.” *Proceedings of SALT 25*, 533-549.
- Alexandropoulou, Stavroula, Jakub Dotlacil and Rick Nouwen. 2016. “At least ignorance inferences come at a processing cost: Support from eye movements.” *Proceedings of SALT 26*, 795-813.
- Aloni, Maria. 2022. “Logic and conversation: The case of free choice.” *Semantics and Pragmatics* 15(5), 1-39.
- Aloni, Maria and Peter van Ormondt. 2021. “Modified numerals and split disjunction: The first-order case.” Manuscript, University of Amsterdam.
- Alonso-Ovalle, Luis. 2006. Disjunction in Alternative Semantics. PhD dissertation, University of Massachusetts Amherst.
- Bar-Lev, Moshe E and Danny Fox. 2020. “Free choice, simplification, and Innocent Inclusion.” *Natural Language Semantics* 28(3), 175-223.
- Barwise, Jon and Robin Cooper. 1981. “Generalized quantifiers and natural language.” *Linguistics and Philosophy* 4(2), 159-219.
- Biezma, María. 2013. “Only one at least: Refining the role of discourse in building alternatives.” *University of Pennsylvania Working Papers in Linguistics* 19(1), 11-19.
- Buccola, Brian and Andreas Haida. 2019. “Obligatory irrelevance and the computation of ignorance inferences.” *Journal of Semantics* 36(4), 583-616.
- Buccola, Brian and Andreas Haida. 2020. “How obligatory irrelevance, symmetric alternatives, and dense scales conspire: The case of modified numerals and ignorance.” *Proceedings of SALT 30*, 464-484.
- Büring, Daniel. 2008. “The least at least can do.” *Proceedings of WCCFL 26*, 114-120.
- Ciardelli, Ivano and Floris Roelofsen. 2017. “Hurford’s constraint, the semantics of disjunction, and the nature of alternatives.” *Natural Language Semantics* 25(3), 199-222.

- Ciardelli, Ivano, Jeroen Groenendijk and Floris Roelofsen. 2018. *Inquisitive Semantics*. Oxford: Oxford University Press.
- Cohen, Ariel and Manfred Krifka. 2014. "Superlative quantifiers and meta-speech acts." *Linguistics and Philosophy* 37(1), 41-90.
- Coppock, Elizabeth and Thomas Brochhagen. 2013. "Raising and resolving issues with scalar modifiers." *Semantics and Pragmatics* 6(3), 1-57.
- Cremers, Alexandre, Liz Coppock, Jakub Dotlačil and Floris Roelofsen. 2022. "Ignorance implicatures of modified numerals." *Linguistics and Philosophy* 45(3), 683-740.
- Cummins, Chris and Napoleon Katsos. 2010. "Comparative and superlative quantifiers: Pragmatic effects of comparison type." *Journal of Semantics* 27(3), 271-305.
- Cummins, Chris, Uli Sauerland and Stephanie Solt. 2012. "Granularity and scalar implicature in numerical expressions." *Linguistics and Philosophy* 35(2), 135-169.
- Doran, Ryan, Rachel Baker, Yaron McNabb, Meredith Larson and Gregory Ward. 2009. "On the non-unified nature of scalar implicature: An empirical investigation." *International Review of Pragmatics* 1(2), 211-248.
- Fox, Danny. 2007. "Free choice and the theory of scalar implicatures." In Uli Sauerland and Penka Stateva (eds.), *Presupposition and Implicature in Compositional Semantics*, 71-120. London: Palgrave Macmillan.
- Geurts, Bart. 2005. "Entertaining alternatives: Disjunctions as modals." *Natural Language Semantics* 13(4), 383-410.
- Geurts, Bart and Rick Nouwen. 2007. "'At least' et al.: The semantics of scalar modifiers." *Language* 83(3), 533-559.
- Gotzner, Nicole and Jacopo Romoli. 2022. "Meaning and alternatives." *Annual Review of Linguistics* 8, 213-234.
- Gotzner, Nicole, Stephanie Solt and Anton Benz. 2018. "Scalar diversity, negative strengthening, and adjectival semantics." *Frontiers in Psychology* 9. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.01659>
- Grice, H. Paul. 1975. "Logic and conversation." In Peter Cole and Jerry L. Morgan (eds.), *Syntax and Semantics 3: Speech Acts*, 41-58. New York: Academic Press.
- Kay, Paul. 1992. "At least." In Adrienne Lehrer and Eva Feder Kittay (eds), *Frames, Fields, and Contrasts: New Essays in Semantic and Lexical Organization*, 309-331. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Keenan, Edward L and Jonathan Stavi. 1986. "A semantic characterization of natural language determiners." *Linguistics and Philosophy* 9(3), 253-326.

- Kennedy, Christopher. 2015. "A 'de-Fregean' semantics (and neo-Gricean pragmatics) for modified and unmodified numerals." *Semantics and Pragmatics* 8(10), 1-44.
- Krifka, Manfred. 1999. "At least some determiners aren't determiners." In Ken Turner (ed.), *The Semantics/Pragmatics Interface from Different Points of View*, 257-291. Elsevier.
- Mendia, Jon Ander. 2022. "Structural effects on implicature calculation." *Journal of Semantics* 39(3), 409-442.
- Meyer, Marie-Christine. 2013. Ignorance and Grammar. PhD dissertation, Massachusetts Institute of Technology.
- Nakanishi, Kimiko and Hotze Rullmann. 2009. "Epistemic and concessive interpretations of *at least*." Talk presented at the annual conference 2009 of the Canadian Linguistic Association. https://linguistics.sites.olt.ubc.ca/files/2018/03/2009.Nakanishi_Rullmann.CLA_-1.pdf
- Nouwen, Rick. 2010. "Two kinds of modified numerals." *Semantics and Pragmatics* 3(3), 1-41.
- Nygren, Karl. 2023. "Free choice in modal inquisitive logic." *Journal of Philosophical Logic* 52(2), 347-391.
- Rooth, Mats. 2016. "Alternative semantics." In Caroline Féry and Shinichiro Ishihara (eds.), *The Oxford Handbook of Information Structure*, 19-40. Oxford: Oxford University Press.
- Sauerland, Uli. 2004. "Scalar implicatures in complex sentences." *Linguistics and Philosophy* 27(3), 367-391.
- Schwarz, Bernhard. 2016. "Consistency preservation in quantity implicature: The case of *at least*." *Semantics and Pragmatics* 9(1), 1-47.
- Sharvit, Yael. 2017. "A note on (Strawson) entailment." *Semantics and Pragmatics* 10(1), 1-38.
- Spector, Benjamin. 2016. "Comparing exhaustivity operators." *Semantics and Pragmatics* 9(11), 1-33.
- Spychalska, Maria. 2018. "At least not false, at most possible: between truth and assertibility of superlative quantifiers." *Synthese* 195(2), 571-602.
- van Tiel, Bob, Emiel van Miltenburg, Natalia Zevakhina and Bart Geurts. 2016. "Scalar diversity." *Journal of Semantics* 33(1), 137-175.
- Westera, Matthijs and Adrian Brasoveanu. 2014. "Ignorance in context: The interaction of modified numerals and QUDs." *Proceedings of SALT 24*, 414-431.
- Zimmermann, Thomas Ede. 2000. "Free choice disjunction and epistemic possibility." *Natural Language Semantics* 8(4), 255-290.